授業中の最後に出した例題の解説．
まずは問題文を復習しよう．

例題　物体を初速 10m/s^2 で鉛直上向きに投げ上げたとき，物体は初めの位置 $x_0 = 0$m から最高で高さ何 m まで上昇するか．重力加速度 $g = 10$m/s^2 として求めよ．

解　物体が最も高く上昇したときの高さを $x_{\max}$ とする．
授業中で説明した通り，重力中の物体の運動は

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{1}$$

で表されるので，$x_{\max}$ を求めることは式 (1) の最大値を求めることに等しい．
まずは，$x(t)$ が最大になる時刻（t^* とする）を求めよう．物体の高さが最高になるまでは，物体は上昇しているのだから $v(t) > 0$ である（x 軸を上向きにとっていることに注意！）．また物体が上昇しきった後は，ひたすら落ちていくので $v(t) < 0$. 従って，物体の高さが最高になった瞬間に $v(t)$ の符号が正から負に変わるのだから，その瞬間（時刻 t^*）には速度 0 でなくてはならない．[1]．すなわち $v(t^*) = 0$.
速度は位置の微分係数だったから，$x'(t^*) = 0$. すなわち，t に関する方程式

$$x'(t) = 0 \tag{2}$$

の解（の一つ）が t^* である．そこで式 (1) を微分して (2) に代入してみると，

$$v_0 - gt = 0 \tag{3}$$

を得る．この解は明らかに $t = v_0/g$ のみだから，

$$t^* = v_0/g \tag{4}$$

だと分かる．具体的な値 $v_0 =$10m/s, $g =$10m/s^2 を代入してみると，$t^* = 1$s となる．つまり，物体を 10m/s で鉛直に投げ上げたとき，物体はおよそ 1 秒で最高地点に到達するのである．
あとはこの t^* を式 (1) に代入すればよく，($x_0 = 0$ に注意して）

$$x_{\max} = x(t^*) = \frac{v_0^2}{2g} = 5\text{m} \tag{5}$$

が得られる．□

[1] 同様の考察は，一般の関数についても成り立つ．すなわち区間 I で定義された関数 $f(x)$ が，（I の端点ではない）ある点 x^* で最大値をとるとき，(もし f が x^* において微分可能ならば）$f'(x^*) = 0$ が成り立つ．
厳密な証明は少々複雑なので省略するが，$f(x)$ が最大値をとる様子を図に描いてみれば直観的に納得するのは容易であろう（傾きが正から負に変わるところが最大値なのだから）．

このように，ひとたびニュートンの運動方程式に力の式を代入してしまえば，あとは微分積分の手法を用いることで物体の運動を機械的に求めることができる．また，そもそも運動方程式に現れる加速度や，より基本的な速度といった量は，微分法によって定義されたものだった．

微分積分法は，自然法則を記述するのに必須の言葉なのである．